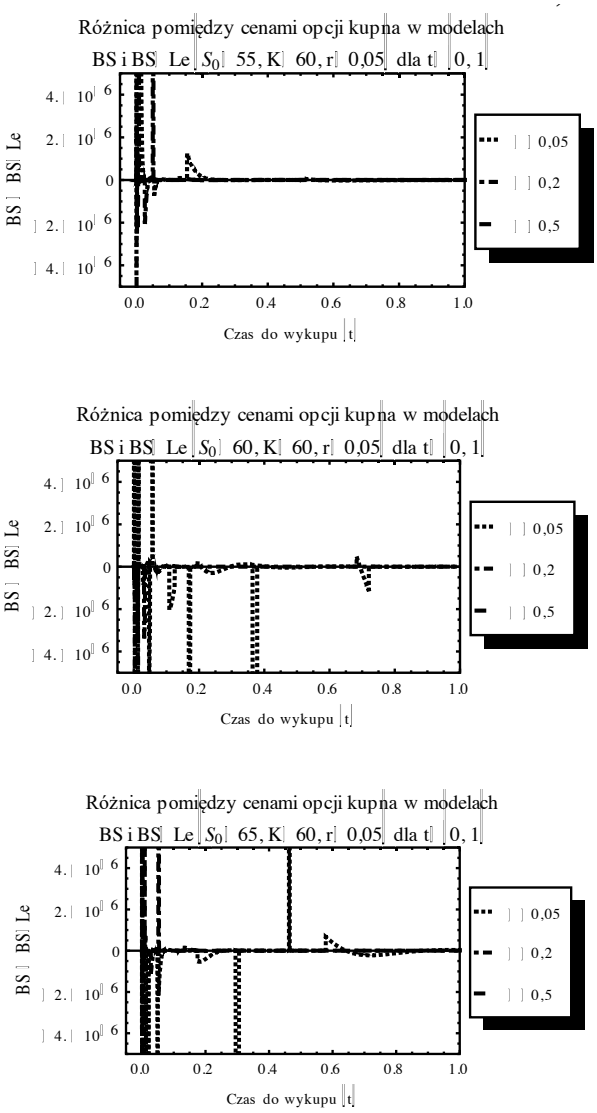
Wykres 5

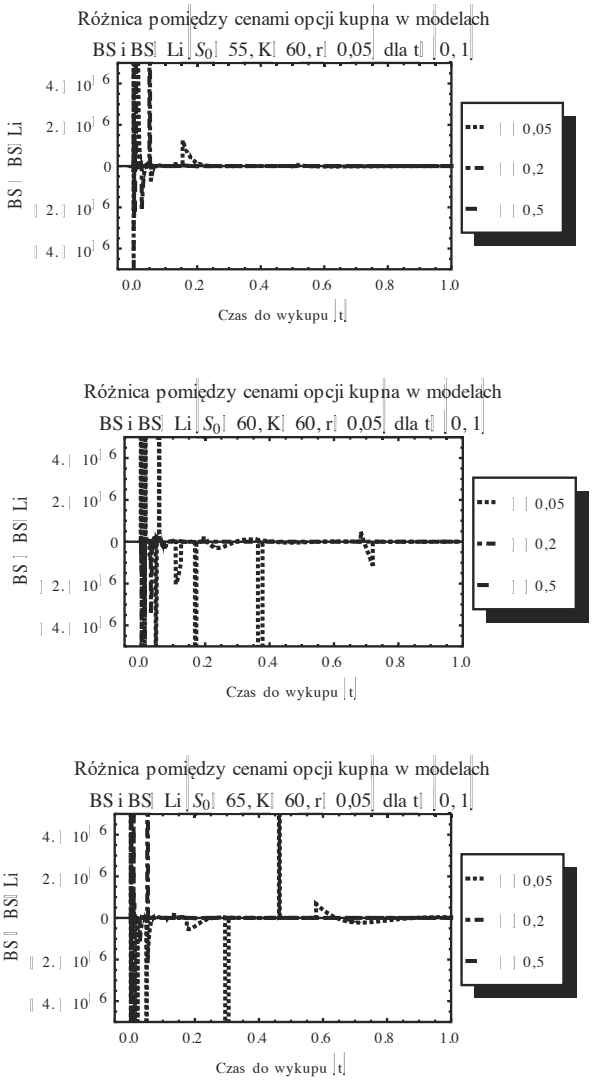
Różnice pomiędzy teoretycznymi cenami opcji kupna wyznaczonymi metodą BS oraz BS-Le dla opcji OTM, ATM i ITM



Źródło: opracowanie własne.

Wykres 6

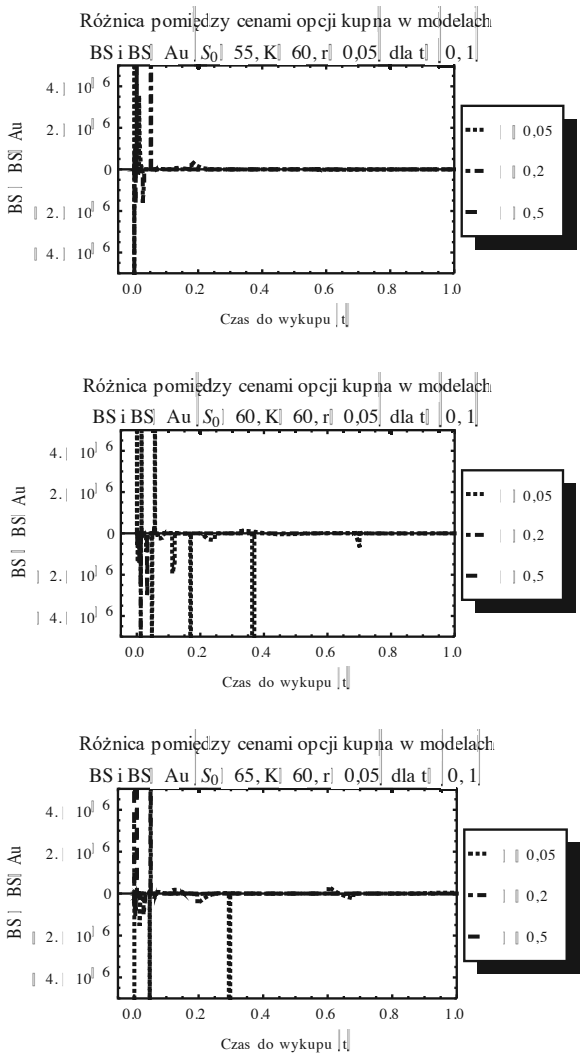
Różnice pomiędzy teoretycznymi cenami opcji kupna wyznaczonymi metodą BS oraz BS-Li dla opcji OTM, ATM i ITM



Źródło: opracowanie własne.

Wykres 7

Różnice pomiędzy teoretycznymi cenami opcji kupna wyznaczonymi metodą BS oraz BS-Au dla opcji OTM, ATM i ITM



Źródło: opracowanie własne.

Uważna analiza wykresów 1–7 pozwala stwierdzić, że we wszystkich modelach opartych na transformacie Fouriera, wraz z przybliżaniem się do momentu wygaśnięcia opcji, funkcja podcałkowa zaczyna gwałtownie oscylować. W konsekwencji, numeryczne wyznaczenie odwrotnej transformacji Fouriera staje się kłopotliwe. Na szczególną uwagę zasługuje spostrzeżenie, zgodnie z którym w modelach BS-CM $\alpha = 1$ i BS-A rejestrowane zakłócenia zaczynają się pojawiać stosunkowo

wcześnie przed końcem „życia" kontraktów. W pierwszym przypadku dotyczy to przede wszystkim opcji będących OTM, w drugim zaś ITM. Pozostałe podejścia wydają się ze sobą porównywalne. BS-BM okazuje się najlepszy dla opcji OTM i ITM, podczas gdy BS-B, BS-Le, BS-Li i BS-Au generują mniejszy błąd wyceny, gdy cena wykonania jest niższa od kursu rynkowego aktywów bazowego. Biorąc jednak pod uwagę wszystkie uwzględnione relacje pomiędzy cenami aktywów bazowych a ceną wykonania opcji, należy stwierdzić, że pod względem dokładności obliczeniowej najlepszym modelem jest BS-Au.

Podsumowanie

W niniejszym artykule prezentowane są najważniejsze modele wyceny opcji bazujące na transformacie Fouriera oraz dokonywana jest analiza ich efektywności pod względem zarówno szybkości, jak i dokładności obliczeniowej. Ponadto, autor proponuje podejście, które wydaje się stanowić interesującą alternatywę w stosunku do istniejących już koncepcji. Uzasadnienie takiego stwierdzenia jest rezultatem wyników wykonanych eksperymentów, które wskazują na:

- zbliżoną szybkość obliczeniową modelu BS-Au w stosunku do podejść BS-BM, BS-B, BS-Le i BS-Li;
- większą dokładność obliczeniową modelu BS-Au w relacji do pozostałych metod określania wartości teoretycznych kontraktów bazujących na prawach pochodnych, przy czym stwierdzenie to jest prawdziwe, gdy poszczególne relacje pomiędzy cenami aktywów bazowych a ceną wykonania opcji rozpatrywane są łącznie.

Pomimo że podejście BS-Au charakteryzuje się największą efektywnością pod względem szybkości i dokładności obliczeniowej, to nie można pominąć tego, że wniosek ten jest formułowany przy założeniu prawdziwości założeń F. Blacka i M. Scholesa. Inną kwestią jest wybór najlepszego podejścia w modelach, w których transformata Fouriera znajduje swoje podstawowe zastosowanie, tj. modelach typu *affine*, np. modelu S. Hestona. Analiza z tym związana wymaga rozbudowy przeprowadzanych badań.

Bibliografia

Attari, M., *Option Pricing Using Fourier Transform: A Numerically Efficient Simplification*, 2004, http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=520042 (data dostępu 29.08.2016).

Bakshi, G., Madan, D., *Spanning and derivative – security valuation*, „Journal of Financial Economics" 2000, nr 55.

Ball, C., Roma, A., *Stochastic volatility option pricing*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis" 1994, nr 29.

Barndorff-Nielsen, O., *Processes of normal inverse Gaussian type*, „Finance and Stochastics" 1998, nr 2.
Bates, D., *Maximum Likelihood Estimation of Latent Affine Processes*, „Review of Financial Studies" 2006, nr 19.
Black, F., Scholes, M., *The pricing of options and corporate liabilities*, „The Journal of Political Economy" 1973, nr 81.
Carr, P., Geman, H., Madan, D., Yor, M., *The fine structure of asset returns: an empirical investigation*, „Journal of Business" 2002, nr 75.
Carr, P., Madan, D., *Option Valuation Using the Fast Fourier Transform*, „Journal of Computational Finance" 1999, nr 2(4).
Cont, R., *Volatility clustering in financial markets: empirical facts and agent based models*, in: G. Teyssiere, A. Kirman, *Long memory in economics*, Springer 2007.
Fama, E., French, K., *Common risk factors in the returns on stock and bonds*, „Journal of Financial Economics" 1993, nr 33.
Fleming, J., Kirby, C., *Long memory in volatility and trading volume*, „Journal of Banking and Finance" 2011, nr 35.
Hagan, P., Kumar, S., Lesniewski, A., Woodward, D., „*Managing smile risk*, Wilmott Magazine" z 26 lipca 2002.
Heston, S., *A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options*, „The Review of Financial Studies" 1993, nr 6.
Hull, J., White, A., *The pricing of options on assets with stochastic volatilities*, „The Journal of Finance" 1987, nr 42.
Jondeau, E., Rockinger, M., *Testing for differences in the tails of stock-market returns*, „Journal of Empirical Finance" 2003, nr 10.
Kou, S., *Jump-diffusion model for option pricing*, Columbia University Working Paper 2002.
Lewis, A., *A Simple Option Formula for General Jump-Diffusion and other Exponential Levy Processes*, 2001, http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=282110 (data dostępu 29.08.2016).
Lipton, A., *The Vol Smile Problem*, „Risk" 2002, February.
Lux, T., Marchesi, M., *Volatility clustering in financial markets: a micro-simulation of interacting agents*, „International Journal of Theoretical and Applied Finance" 2000, nr 3(4).
Madan, D., Carr, P., Chang, E., *The variance gamma process and option pricing*, „European Finance Review" 1998, nr 2.
Mandelbrot, B., *The variation of certain speculative prices*, „Journal of Business" 1963, nr 36.
Orzechowski, A., *Czy można wycenić opcje lepiej niż w modelu P. Carra i D. Madana? Przegląd modeli opartych na transformacie Fouriera*, Studia Ekonomiczne nr 182, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Katowice 2014.
Stein, E., Stein, J., *Stock price distributions with stochastic volatility: an analytic approach*, „The Review of Financial Studies" 1991, nr 4.

Słowa kluczowe: wycena opcji, model Blacka–Scholesa, transformata Fouriera

Computational efficiency of option pricing in the Black–Scholes model

Summary

The article presents the most important option pricing models based on Fourier transform. Additionally, alternative model of European option pricing to the previously developed concepts is derived. Then all models are compared in terms of computational speed and accuracy. Based on obtained results it can be concluded that the new model is the best way of option pricing.

Keywords: option pricing, Black–Scholes model, Fourier transform